4.2 แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน

 ภาพ 4.6 การพิจารณาแรงเฉือน V และโมเมนต์ดัด M

 พิจารณาสมดุลของคานภายใต้ภาระกระทำตามขวางตั้งฉากกับแกนของคาน ซึ่งเวกเตอร์ของแรงกระทำขวางและโมเมนต์ของแรงคู่ควบจะอยู่ในทิศทางตั้งฉากกับแกนคาน บนหน้าตัดที่รับภาระกระทำตามขวางตั้งฉากนี้จะมีปฏิกิริยา 2 อย่าง คือ แรงเฉือนต้าน ($V\_{r}$) และโมเมนต์ต้าน (resisting moment, $M\_{r}$) สำหรับแรงเฉือน (V) และโมเมนต์ดัด (M) จะพิจารณาจากแรงเฉือนต้าน $V\_{r}$ และโมเมนต์ต้าน $M\_{r}$ ตามลำดับ จากภาพ 4.6 คานอย่างง่าย AB ที่ยาว L และรับแรงกระทำเป็นบริเวณที่มีความเข้มของการกระจาย w kN/m ตามความยาวแนวแกนของคาน (แนวแกน x) ดังแสดงในภาพ (ก) พบว่าแรงปฏิกิริยาที่ตัวรองรับทั้งสอง คือ $R\_{A}=R\_{B}=\frac{wL}{2}$ เลือกระนาบตัด a-a ตัดคานที่ระยะ x ใดๆ (ในที่นี้เพื่อให้ง่ายต่อการนิยามแรงเฉือน V และโมเมนต์ดัด M จึงสมมติให้ x > ${L}/{2}$) ในภาพ (ข) แสดง FBD 2 (ส่วนตัดด้านซ้าย) ภายใต้สมดุลสถิต จากสมดุลต่อการเลื่อนที่ในแนวแกน y ($\sum\_{}^{}F\_{y}=0$) จะพบว่า $V\_{r}=wx-\frac{wL}{2}$ และมีทิศขึ้น ถ้าพิจารณาคานในช่วงระหว่างจุด A และระนาบตัด a-a โดยกำหนดให้แรงลัพธ์ของแรงภายนอกทั้งหมดที่กระทำต่อคานในช่วงนี้ (แรงภายนอกคือ $R\_{A} และ wx$) เป็นแรงเฉือนในคานที่หน้าตัด a-a และ $V=-(wx-\frac{wL}{2})$ ดังนั้นแรงเฉือน V จึงมีขนาดเท่ากับแรงเฉือนต้าน $V\_{r}$ แต่มีทิศตรงข้ามกัน หรือ $V=-V\_{r}$ การคำนวณแรงเฉือนในคานส่วนนี้จะกำหนดเครื่องหมายของแรงเฉือนบนระนาบตัด a-a โดยพิจารณาจากผลของแรงภายนอกที่กระทำต่อคานส่วนนี้แล้วทำให้คานมีแนวโน้มเลื่อนขึ้นเมื่อเทียบกับส่วนด้านขวาของระนาบตัดหรือไม่ ดังแสดงในภาพ 4.7 เมื่อพิจารณาคานในส่วนด้านซ้ายของหน้าตัด a-a เป็น FBD แรงเฉือน V บนหน้าตัดมีเครื่องหมายเป็นบวกเมื่อ V มีทิศลง หรือคานในส่วนด้านขวาของหน้าตัด a-a จะพิจารณาว่าแรงเฉือน V มีเครื่องหมายเป็นบวกเมื่อ V มีทิศขึ้นดังแสดงในภาพ (ก) ส่วนเครื่องหมายลบนั้นจะพิจารณาตรงกันข้ามดังแสดงในภาพ (ข)

 ภาพ 4.7 เครื่องหมายของแรงเฉือนในคาน

 ส่วนการคำนวณแรงเฉือน V บนหน้าตัด a-a จะพิจารณาจากคานส่วนด้านซ้ายหรือด้านขวาของระนาบตัด a-a เป็น FBD ก็ได้ จากนั้นใช้สมการสมดุลต่อการเลื่อนที่ในแนวแกน y คือ [+$\uparrow \sum\_{}^{}F\_{y}=0]$ โดยแต่ละ FBD จะเขียน V แทน $V\_{r}$ และกำหนดให้ V มีเครื่องหมายตามข้อกำหนดในภาพ 4.7 กล่าวคือสำหรับ FBD 1 นั้น บนระนาบตัด a-a V มีเครื่องหมายเป็นบวกเมื่อกำหนด V มีทิศลง หรือใน FBD 2 บนระนาบตัด a-a นั้น V มีเครื่องหมายเป็นบวกเมื่อกำหนด V มีทิศขึ้น ส่วน V มีเครื่องหมายเป็นลบจะพิจารณาตรงกันข้าม ดังแสดงใน FBD 3 และ FBD 4 ตามลำดับ

 จากภาพ 4.6 (ข) คานส่วนด้านซ้ายของระนาบตัด a-a จะอยู่ภายใต้สมดุลต่อการหมุนด้วยเช่นกัน โดยมีโมเมนต์ต้าน $M\_{r}$ ในทิศตามเข็มนาฬิกาดังภาพ สำหรับโมเมนต์ภายนอก ได้แก่ โมเมนต์ของแรง $R\_{A}$ (มีค่า $\frac{wLx}{2}$ ทิศตามเข็มนาฬิการอบหน้าตัด a-a) และโมเมนต์ของแรงกระทำเป็นบริเวณ (มีค่า ${wx^{2}}/{2}$ ทิศตามเข็มนาฬิการอบหน้าตัด a-a) โมเมนต์ลัพธ์ของโมเมนต์ภายนอกนี้เรียกว่า โมเมนต์ดัด เพราะเป็นโมเมนต์ที่มีแนวโน้มดัดคานให้โก่งตัว โมเมนต์ดัดจะมีขนาดเท่ากับขนาดโมเมนต์ต้านแต่มีทิศตรงข้ามกัน

 ภาพ 4.8 เครื่องหมายของโมเมนต์ดัดในคาน

 *ภายใต้แรงกระทำขวางหรือโมเมนต์ของแรงคู่ควบในทิศตั้งฉากกับแกนคานจะทำให้คานดัดตัวเป็นแนวโค้ง แรงภายนอกที่กระทำในทิศขึ้น (*+y*) จะทำให้ส่วนของคานในบริเวณดังกล่าว โค้งหงายขึ้น คานส่วนนั้นจะรับโมเมนต์ดัดที่มี เครื่องหมายเป็นบวก ดังแสดงในภาพ* 4.8 *(ก) แต่ถ้าแรงภายนอกกระทำในทิศลง (*-y*) จะทำให้ส่วนของคานบริเวณนั้นถูกดัด โค้งคว่ำลง คานส่วนดังกล่าวจะรับโมเมนต์ดัดที่มี เครื่องหมายเป็นลบ ดังแสดงในภาพ* 4.8 *(ข)*

 *ก่อนการคำนวณโมเมนต์ดัดจะต้องกำหนดเครื่องหมายของโมเมนต์ดัดเสียก่อน จาก*

FBD 2 *ในภาพ* 4.6 *(ข) โมเมนต์ดัดมีเครื่องหมายเป็นบวกเมื่อ* M *มีทิศทวนเข็มนาฬิการอบหน้าตัด* a-a *ส่วน* FBD 3 *ในภาพ* 4.6 *(ค) โมเมนต์ดัดมีเครื่องหมายเป็นบวกเมื่อ* M *มีทิศตามเข็มนาฬิการอบหน้าตัด* a-a

 *สำหรับสมการที่จะนำมาใช้คำนวณหาโมเมนต์ดัด* M *บนหน้าตัดคานในส่วนของคานที่อยู่ด้านซ้ายหรือขวามือของระนาบตัด* a-a *นั้นจะใช้สมการ* [+$↺ \sum\_{}^{}M=0]$ *โดยเลือกตำแหน่งของระนาบตัด* a-a *เป็นจุดหมุน*